

TÉMAVÁZLAT

Alapműveletek

Összeadás	Kivonás
<p>tagok összeg</p> <p>↓ ↓</p> $5+7=12$	<p>kivonandó</p> <p>kisebbitendő különbség</p> <p>↓ ↓ ↓</p> $6-4=2$
Szorzás	Osztás
<p>tényezők szorzat</p> <p>↓ ↓</p> $5 \cdot 3=15$	<p>osztó</p> <p>osztandó hányados</p> <p>↓ ↓ ↓</p> $12:3=4$

Számok ellentettje

Valamely szám (-1) – szerese, a szám ellentettje.

Pl.: 4 ellentettje: -4

Egy számnak és az ellentettjének az összege mindig nulla. $(+4) + (-4) = 0$

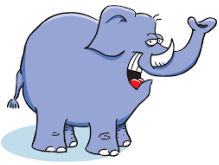
Negatív számok

Kivonásnál, ha egy kisebb számból kivonunk egy nagyobbat, az eredmény negatív szám lesz.

Pl.: $5 - 8 = (-3)$

A negatív számokkal való műveleteknél nagyon oda kell figyelniük az előjelekre!

Képzeld el, hogy egy hatalmas parkolóházban vagy, ahol mélygarázs is van. A földszint a 0, a föld alatti szinteket negatív számmal jelölik.



1. – ALGEBRA, TÖRTEK

[Az algebra a matematika egyik ága, melyet a matematikai műveletek általános tudományaként határozhatunk meg.]



15 530 337

Negatív számok összeadása / kivonása

$\begin{aligned} +5 - (+8) &= \\ &= 5 - 8 = \\ &= (-3) \end{aligned}$	$\begin{aligned} (-1) + (-2) &= \\ &= -1 - 2 = \\ &= (-3) \end{aligned}$	$\begin{aligned} (-4) - (-3) &= \\ &= -4 + 3 = \\ &= (-1) \end{aligned}$	$\begin{aligned} (-4) + (+9) &= \\ &= -4 + 9 = \\ &= +5 \end{aligned}$

Negatív számok szorzása/osztása

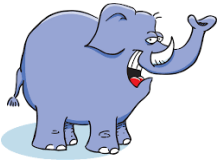
Ha két azonos előjelű számot szorzunk össze/osztunk el, az eredmény pozitív lesz.

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (+8) &= +40 \text{ illetve } (-5) \cdot (-8) = +40 \\ (+12) : (+4) &= +3 \text{ illetve } (-12) : (-4) = +3 \end{aligned}$$

Ha két különböző előjelű számot szorzunk össze/osztunk el, az eredmény negatív lesz.

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (-8) &= -40 \text{ illetve } (-5) \cdot (+8) = (-40) \\ (+12) : (-4) &= -3 \text{ illetve } (-12) : (+4) = (-3) \end{aligned}$$

Több szám összeszorzásakor, vagy osztásakor a negatív előjelek száma dönti el az eredmény előjelét.



1. – ALGEBRA, TÖRTEK

[Az algebra a matematika egyik ága, melyet a matematikai műveletek általános tudományaként határozhatunk meg.]

Ha páros számú negatív szám szerepel a szorzásban/osztásban, akkor az eredmény pozitív,

$$(-5) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (-3) = +120$$

ha páratlan számú negatív szám szerepel a szorzásban/osztásban, akkor az eredmény negatív.

$$(-5) \cdot (-2) \cdot (-4) = (-40)$$

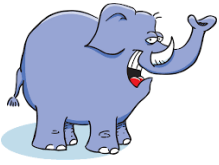
Számok abszolútértéke

jele: $|a|$

Egy szám abszolútértékén, a számnak a számegyenesen a nullától való távolságát értjük.

- pozitív szám és a 0 abszolútértéke, önmaga, pl.: $|4| = 4$, $|0| = 0$

- negatív szám abszolútértéke pedig a szám ellentettje, pl.: $|-4| = 4$



Törtek

Törtek értelmezése

A tört fogalma kétféleképpen értelmezhető:

1. Egy egységet egyenlő részekre osztunk, és ezekből veszünk valamennyit,



$\frac{\text{ennyi darabot veszünk}}{\text{ennyi egyenlő részre osztjuk az egységet}}$, például egy pizzát $\frac{3 \text{ szeletet megeszünk}}{8 \text{ felé osztunk}} = \frac{3}{8}$

2. Vagy ha valahány egységet egyenlő arányban osztunk szét, akkor mennyi jut.



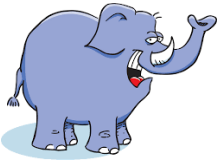
$\frac{\text{ennyi egységet}}{\text{ennyi egyenlő részre osztunk}}$, például $\frac{3 \text{ pizzát}}{8 \text{ felé osztunk}} = \frac{3}{8}$

A törtvonal **osztást** jelent: $\frac{7}{12} = 7 : 12$. Mivel a nullával való osztást nem értelmezzük, ezért a nevező nem lehet 0.

Ha nem tudod megjegyezni, melyik van fent, jusson eszedbe, hogy a **ló** van a **mezőn**, és nem a mező a lovon!

$\frac{\text{számláló}}{\text{nevező}}$





Törtek összehasonlítása

Tört összehasonlítása 1-gyel: egy tört értéke **1**, ha számlálója és nevezője megegyezik. (Kivéve $\frac{0}{0}$, mert ezt nem értelmezzük.)

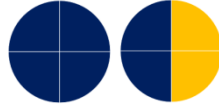
Pozitív számok esetén:

- ha a számláló nagyobb a nevezőnél, akkor a tört értéke > 1 ,
- ha a számláló kisebb a nevezőnél, akkor a tört értéke < 1 .

$$\frac{7}{7} = 1$$



$$\frac{6}{4} > 1$$



$$\frac{5}{8} < 1$$



Az 1-nél nagyobb, vagy -1 -nél kisebb törtek vegyes tört alakban is felírhatók.

A **vegyes tört** alak (vegyes szám) egy **egész számból** és egy **1-nél kisebb törtből** áll.

$$\frac{8}{5} = \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$-\frac{8}{5} = -\left(\frac{5}{5} + \frac{3}{5}\right) = -\left(1 + \frac{3}{5}\right) = -1\frac{3}{5}$$

Ha pozitív törtek nevezője megegyezik, akkor az a **nagyobb**, amelyeknek a számlálója nagyobb.

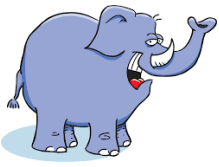
$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$$

Ha a tört úgy lenne pozitív, hogy a számlálója és a nevezője is negatív, akkor összehasonlítás előtt, bővítsük a törtet -1 -gyel.

$$\frac{-3}{-5} = \frac{3}{5} < \frac{4}{5} = \frac{-4}{-5}$$

Negatív törtek esetén az a **nagyobb**, amelyeknek az abszolútértéke kisebb.

$$-\frac{3}{5} > -\frac{4}{5}$$



Ha pozitív törtek számlálója megegyezik, akkor az a **nagyobb**, amelyiknek a **nevezője kisebb**.

$$\frac{3}{10} < \frac{3}{8}$$

Ha a tört úgy lenne pozitív, hogy a számlálója és a nevezője is negatív, akkor összehasonlítás előtt, bővítsük a törtet -1 -gyel.

$$\frac{-3}{-10} = \frac{3}{10} < \frac{3}{8} = \frac{-3}{-8}$$

Azonos számlálójú negatív törtek esetén az a **nagyobb**, amelyiknek a **nevezője nagyobb**.

$$-\frac{5}{3} < -\frac{5}{6}$$

Törtek bővítése, egyszerűsítése

Egy tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a számmal való szorzással **bővíthetjük**, vagy ugyanazzal a számmal való osztással **egyszerűsíthetjük**. Ezen esetekben a tört értéke nem változik, csak az alakja.

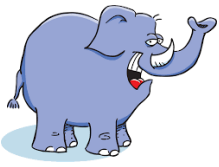
$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{6}{9} = \frac{6 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Közös nevezőre hozás

A $\frac{2}{3}$ vagy a $\frac{3}{4}$ a nagyobb?

A fenti két törtnek különböző a számlálója és a nevezője is, így az eddigi módszerekkel nem tudjuk összehasonlítani az értéküket. Ezért úgy kell egyszerűsíteni vagy bővíteni a két törtet, hogy mindkettőnek ugyanaz legyen a nevezője. A legkisebb ilyen **közös nevező a nevezők legkisebb közös többszöröse**.

$$\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} < \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$



Törtek összeadása és kivonása

◦ Egyenlő nevezőjű törtek összeadása

Azonos nevezőjű törteket úgy adunk össze, hogy a számlálókat összeadjuk, a közös nevezőt pedig változatlanul leírjuk.

$$\frac{5}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5+3}{7} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$$

◦ Egyenlő nevezőjű törtek kivonása

Azonos nevezőjű törtet úgy vonunk ki egymásból, hogy a számlálókat kivonjuk, a közös nevezőt pedig változatlanul leírjuk.

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$$

◦ Különböző nevezőjű törtek összeadása

Különböző nevezőjű törteket úgy adunk össze, hogy **először közös nevezőre hozunk**, majd a bővített törtek számlálóit összeadjuk és a közös nevezőt változatlanul leírjuk.

$$\frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{15}{12} + \frac{8}{12} = \frac{15+8}{12} = \frac{23}{12}$$

◦ Különböző nevezőjű törtek kivonása

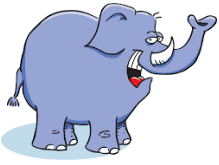
Különböző nevezőjű törteket úgy vonunk ki egymásból, hogy **először közös nevezőre hozunk**, majd a bővített törtek számlálóit kivonjuk és a közös nevezőt változatlanul leírjuk.

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{15}{12} - \frac{8}{12} = \frac{15-8}{12} = \frac{7}{12}$$

◦ Tört és egész szám összeadása

Törtet egész számmal úgy adunk össze, hogy **az egész számot átírjuk** olyan tört alakba, amelynek a nevezője megegyezik a törtünk nevezőjével, majd az azonos nevezőjű törteket összeadjuk.

$$\frac{3}{5} + 4 = \frac{3}{5} + \frac{4 \cdot 5}{5} = \frac{3}{5} + \frac{20}{5} = \frac{3+20}{5} = \frac{23}{5}$$



• Tört és egész szám kivonása

Törtből egész számot úgy vonunk ki, hogy **az egész számot átírjuk** olyan tört alakba, amelynek a nevezője megegyezik a törtünk nevezőjével, majd **az azonos nevezőjű törtet kivonjuk**.

$$\frac{28}{5} - 4 = \frac{28}{5} - \frac{4 \cdot 5}{5} = \frac{28}{5} - \frac{20}{5} = \frac{28 - 20}{5} = \frac{8}{5}$$

• Törtek szorzása és osztása természetes számmal

• Tört szorzása egész számmal

Törtet egész számmal úgy szorzunk, hogy vagy a tört számlálóját szorozzuk az egész számmal és a nevezőt változatlanul hagyjuk, vagy a tört nevezőjét osztjuk az egész számmal (ha lehet) és a számlálót változatlanul hagyjuk.

$$\frac{3}{7} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{7} = \frac{15}{7} \quad \text{vagy} \quad \frac{3}{15} \cdot 5 = \frac{3}{15 \div 5} = \frac{3}{3} = 1$$

• Tört osztása egész számmal

Törtet egész számmal úgy osztunk, hogy vagy a tört számlálóját osztjuk az egész számmal (ha lehet) és a nevezőt változatlanul hagyjuk, vagy a tört nevezőjét szorozzuk az egész számmal és a számlálót változatlanul hagyjuk.

$$\frac{15}{7} : 5 = \frac{15 : 5}{7} = \frac{3}{7} \quad \text{vagy} \quad \frac{15}{7} : 5 = \frac{15}{7 \cdot 5} = \frac{15}{35} = \frac{3}{7}$$

A 0-val való osztást nem értelmezzük!

• Tizedestörtek

A számokat helyiértéktáblázatba felírva a táblázatot az egyeseknél kisebb értékekkel is bővíthetjük.

Ezres	Százás	Tízes	Egyes	Tized	Század	Ezred
	3	2	1	4	2	5

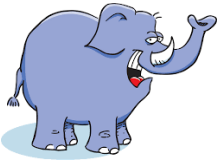
Egy ilyen számot tizedestört alakban is felírhatunk, mégpedig úgy, hogy az egyesek és a tizedek közé vesszőt, tizedesvesszőt teszünk:

$$3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot \frac{1}{1000} = 321,425$$

$$3,4 = 3 + \frac{4}{10}$$

$$2,45 = 2 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$$

$$0,23 = 0 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} = \frac{23}{100}$$



Átváltás közösleges tört és tizedestört között

◦ Közösleges tört átírása tizedestörtre

Ha van rá lehetőség, bővíthetjük a törtet úgy, hogy a nevező 10, 100, 1000...legyen:

$$\text{Mivel } \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$$

A törtvonal osztást jelent. Ezt az osztást elvégezve megkapjuk a közösleges tört tizedestört alakját:

$$\frac{5}{4} = 5 : 4 = 1,25$$

◦ Tizedestört átírása közösleges tört alakba

$$23,45 = 23 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100} = \frac{2300}{100} + \frac{40}{100} + \frac{5}{100} = \frac{2345}{100}$$



Műveletek tizedestörtekkel

◦ Tizedestörtek összeadása és kivonása

Tizedestörtek összeadását és kivonását **ugyanúgy végezzük el, mint azt az egész számoknál tanultuk, azonban fontos, hogy a megfelelő helyi értéket egymás alá kerüljenek!**

$$\begin{array}{r} 123,45 \\ + 234,71 \\ \hline 358,16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 358,16 \\ - 234,71 \\ \hline 123,45 \end{array}$$

◦ Tizedestörtek szorzása és osztása

Az eredményben annyi tizedesjegy lesz, mint amennyi a szorzótényezőkben volt összesen:

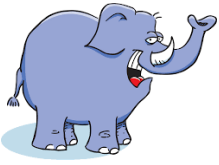
$$\begin{array}{r} \underline{123,44} \cdot 23 \\ 24688 \\ +37032 \\ \hline 2839,12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{123,44} \cdot 23,12 \\ 24688 \\ 37032 \\ 1344 \\ + 2468 \\ \hline 2853,9328 \end{array}$$

◦ Tizedestört osztás egész számmal

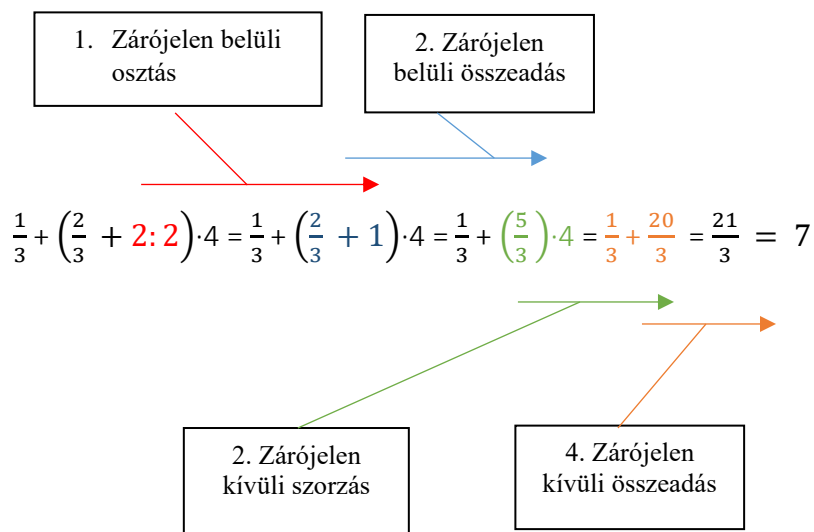
Úgy végezzük az osztást, mintha a tört egész szám lenne, de amikor az osztandóban a tizedesvesszőhöz érünk, akkor a **hányadosban is kiírjuk a tizedesvesszőt**.

$$\begin{array}{r} 123,4 : 2 = 61,7 \\ 12 \\ 03! \\ 14 \end{array}$$

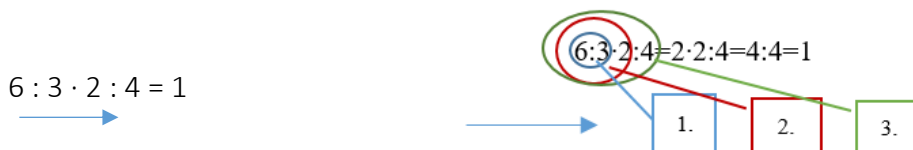


Műveletek sorrendje

1. a zárójelen belüli műveletek elvégzése, (ha van zárójel)
2. szorzás, osztás
3. összeadás, kivonás



Az egyenrangú műveleteket balról jobbra végezzük el!



Több zárójel esetén belülről kifelé haladunk!

$$20 - [4 + 2 \cdot (8 - 3)] = 20 - [4 + 2 \cdot 5] = 20 - [4 + 10] = 20 - 14 = 6$$

5

10

14