TÉMAVÁZLAT

Műveletek

Összeadás	Kivonás
tagok, összeg 5+7=12	kivonandó, kisebbítendő, különbség 6-4=2
Szorzás	**Osztás**
tényezők, szorzat 5·3=15	osztó, osztandó, hányados 12:3=4

Hatványozás

hatvány kitevő

hatvány alap, hatvány érték

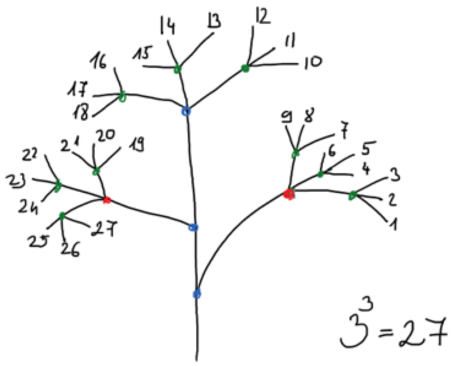
$3^4=81$

Hatványozás

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$, n db „a” tényező szorzata

n db tényező

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$



$a^1 = a$ Minden szám első hatványa önmaga.

$9^1 = 9$

$a^0=1$ Minden szám nulladik hatványa 1.

$7^0 = 1$

$0^n = 0$ 0-nak minden nullától különböző hatványa 0.

Vigyázat! 0^0 nem értelmezhető!

$1^n = 1$ 1-nek minden hatványa 1.

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$

$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

Ha egy **negatív számot páros** hatványkitevőre emelünk, akkor az eredmény **pozitív**, míg ha **páratlan** kitevőre emeljük, az eredmény **negatív** lesz.

Vigyázat! A zárójeleknek fontos szerepük van! $(-2)^4 \neq -2^4$

Hatványozás azonosságai

1. $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$ $\qquad$ $\mathbf{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$ $\quad$ $a \neq 0$

2. $\frac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3$ $\qquad$ $\mathbf{\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$ $\quad$ ha $n \geq m$ $\; a \neq 0$

   $\frac{2^4}{2^7} = \frac{1}{2^{7-4}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ $\qquad$ $\mathbf{\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}}$ $\quad$ ha $n < m$ $\quad a \neq 0$

3. $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$ $\qquad$ $\mathbf{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$ $\quad$ $a \neq 0$

4. $(2 \cdot 10)^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16\,0000$ $\qquad$ $\mathbf{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$ $\quad$ $a, b \neq 0$

5. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$ $\qquad$ $\mathbf{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$ $\quad$ $a, b \neq 0$

Műveletek sorrendje

Műveletek sorrendje:

1. a zárójelen belüli műveletek elvégzése, (ha van zárójel)
2. hatványozás
3. szorzás, osztás
4. összeadás, kivonás

1. Zárójelen belüli hatványozás

3. Zárójelen belüli kivonás

$$45:(41-2\cdot4^2) = 45:(41-2\cdot16) = 45:(41-32) = 45:9=5$$

2. Zárójelen belüli szorzás

4. Zárójelen kívüli osztás

Az egyenrangú műveleteket balról jobbra végezzük el!

$6 : 3 \cdot 2 : 4 = 1$

$6:3\cdot2:4=2\cdot2:4=4:4=1$

1.

2.

3.

Több zárójel esetén belülről kifelé haladunk!

5

10

14

$20 - [\, 4 + 2 \cdot (\, 8 - 3 \,) \,] = 20 - [\, 4 + 2 \cdot 5 \,] = 20 - [\, 4 + 10 \,] = 20 - 14 = 6$

Számok ellentettje

Valamely szám (−1) – szerese, a szám ellentettje.

Pl.: 4 ellentettje: − 4

Egy számnak és az ellentettjének az összege mindig nulla. (+ 4) + (− 4) = 0

Számok abszolútértéke

jele: |a|

Egy szám abszolútértékén, a számnak a számegyenesen a nullától való távolságát értjük.

- pozitív szám és a 0 abszolútértéke, önmaga, pl.: |4| = 4, |0| = 0

- negatív szám abszolútértéke pedig a szám ellentettje, pl.: |−4 | = 4

Számok reciproka

Egy szám reciproka az a szám, amivel megszorozva a számot 1-et kapunk.

Egész szám reciproka: „*a*" **reciproka $\frac{1}{a}$, ahol a ≠ 0.**

Pl.: 5 reciproka $\frac{1}{5}$,

$\frac{a}{b}$ **alakú tört reciproka** $\frac{b}{a}$, azaz a számláló és a nevező helyet cserél egymással.

Pl.: $\frac{2}{3}$ reciproka $= \frac{3}{2}$; $\frac{1}{6}$ reciproka $= \frac{6}{1}$, azaz 6.

Számok normálalakja

Egy pozitív szám normálalakja olyan kéttényezős szorzat, amelynek egyik tényezőjének abszolút értéke 1 és 10 közé eső szám (1 lehet, 10 már nem), a másik tényezője pedig 10-nek egész kitevőjű hatványa.

- pl.: 123 000 000 = $1{,}23 \cdot 10^8$
432 100 = $4{,}321 \cdot 10^5$
24 = $2{,}4 \cdot 10^1$
$-7 = (-7) \cdot 10^0$

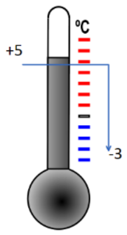
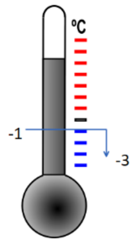
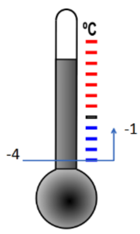
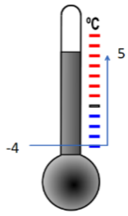
Negatív számok

Kivonásnál, ha egy kisebb számból kivonunk egy nagyobbat, az eredmény negatív szám lesz.

Pl.: 5 – 8 = (-3)

A negatív számokkal való műveleteknél nagyon oda kell figyelnünk az előjelekre!

Összeadás / kivonás:

+5 – (+ 8) = = 5 – 8 = = (– 3)	(–1) + (– 2) = = –1 – 2 = = (– 3)	(–4) – (– 3) = = –4 + 3= = (–1)	(–4) + (+9) = = –4 + 9 = = + 5
 	 	 	

Szorzás/osztás:

Ha két azonos előjelű számot szorzunk össze/osztunk el, az eredmény pozitív lesz.

(+ 5) · (+ 8) = + 40 illetve (– 5) · (– 8) = + 40
(+ 12) : (+ 4) = + 3 illetve (–12) : (–4) = + 3

Ha két különböző előjelű számot szorzunk össze/osztunk el, az eredmény negatív lesz.

(+ 5) · (– 8) = – 40 illetve (– 5) · (+ 8) = (–40)
(+ 12) : (– 4) = –3 illetve (– 12) : (+ 4) = (–3)

Több szám összeszorzásakor, vagy osztásakor a negatív előjelek száma dönti el az eredmény előjelét.

Ha páros számú negatív szám szerepel a szorzásban/osztásban, akkor az eredmény pozitív,

$(-5) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (-3) = +120$

ha páratlan számú negatív szám szerepel a szorzásban/osztásban, akkor az eredmény negatív.

$(-5) \cdot (-2) \cdot (-4) = (-40)$

Algebrai kifejezések

Algebrai kifejezést kapunk, ha betűket és számokat műveletek véges sok alkalmazásával összekapcsolunk.

pl.: $3 \cdot x + 4 \cdot x \cdot y = 3x + 4xy$ (A szorzás jelet nem mindig szoktuk kiírni.)

Elnevezések:

$3x + 4xy$

együtthatók

változók

Elnevezés	Meghatározás	Példa
Változó	Az algebrai kifejezésben szereplő betű.	
Együttható	A változók szorzószáma.	
Egytagú algebrai kifejezés	A műveleti sorrendben az utolsó művelet nem lehet összeadás vagy kivonás.	$6a$; $12xy$; $8abc$; $4(x + 2y)$
Többtagú algebrai kifejezés	A műveleti sorrendben az utolsó művelet összeadás vagy kivonás.	$4a + 5b$; $6xy + 7x$
Egynemű algebrai kifejezések.	Csak az együtthatójuk különbözik.	$4\mathbf{xy}$ és $7\mathbf{xy}$ $3\mathbf{a^2}$ és $7\mathbf{a^2}$ $4\mathbf{x^2y^3}$ és $12\mathbf{x^2y^3}$

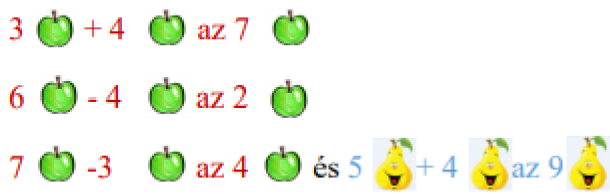
Műveletek

Összevonás: Csak egynemű algebrai kifejezéseket lehet összevonni!

$3x + 4x = 7x$

$6ab - 4ab = 2ab$

$7a^2 + 5x - 3a^2 + 4x = 4a^2 + 9x$



Zárójel felbontása: A zárójel azt jelenti, hogy az **előtte álló művelet a zárójelben lévő összes tagra vonatkozik,** azaz szorzás esetében, **a zárójelben lévő összes tagot be kell szorozni.**

$\mathbf{5}(2x + 3y) = \mathbf{5} \cdot 2x + \mathbf{5} \cdot 3y = 10x + 15y$

$\mathbf{-4}(3a - 5b) = \mathbf{-4} \cdot 3a \mathbf{-4} \cdot (-5b) = -12a + 20b$

$\mathbf{2a}(5a + 7b) = \mathbf{2a} \cdot 5a + \mathbf{2a} \cdot 7b = 10a^2 + 14ab$

$(3x + 4y) \cdot (2x - 5y) = \mathbf{3x} \cdot 2x + \mathbf{3x} \cdot (-5y) + \mathbf{4y} \cdot 2x + \mathbf{4y} \cdot (-5y) =$

$= 6x^2 - 15xy + 8xy - 20y^2 =$

$= 6x^2 - 7xy - 20y^2$

Helyettesítési érték: Ha az algebrai kifejezésben a **változók helyére konkrét számokat helyettesítünk** és elvégezzük a műveleteket, akkor az algebrai kifejezés helyettesítési értékét kapjuk.
pl.:

Mennyi $3a+4b$ értéke, ha $a = 5$ és $b = -2$

$3a + 4b = 3 \cdot 5 + 4 \cdot (-2) = 15 - 8 = \mathbf{7}$

Mennyi $2x^2 - 5y$ értéke, ha $x = 3$ és $y = -4$

$2x^2 - 5y = 2 \cdot 3^2 - 5 \cdot (-4) = 2 \cdot 9 + 20 = 18 + 20 = \mathbf{38}$